

Elementare Zahlentheorie

Übungsblatt 3

Abgabe: In den Übungsgruppen am 04.11. und 05.11.

Vermerken Sie bitte auf jeder Abgabe: **Name, Matrikelnummer, Übungsgruppe**
Präsenzübungsblätter können zur Lösung verwendet werden

Notation. Für $n \in \mathbb{N}$ ist $n! := 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

Aufgabe 1. Sei $n > 2$ eine natürliche Zahl. Beweisen Sie die Existenz einer Primzahl p für die gilt $n < p < n!$.

Aufgabe 2. Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, daß es keine Primzahl a gibt mit $n! + 2 \leq a \leq n! + n$. (Es gibt daher beliebig große 'Primlücken' in den natürlichen Zahlen.)

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Lösung $(r, s) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ der Gleichung $\text{ggT}(38, 14) = r \cdot 38 + s \cdot 14$.

Aufgabe 4. Seien $a, b, m \in \mathbb{Z}$. Beweisen Sie

$$\exists x \in \mathbb{Z} : m|(ax - b) \quad \Leftrightarrow \quad \text{ggT}(a, m)|b.$$