

# Elementare Zahlentheorie

## Übungsblatt 7

Abgabe: In den Übungsgruppen am 2.12. und 3.12.

Vermerken Sie bitte auf jeder Abgabe: **Name, Matrikelnummer, Übungsgruppe**  
Präsenzübungsblätter können zur Lösung verwendet werden

**Aufgabe 1.** (a) Zeigen Sie, daß  $m_{83} := 2^{83} - 1$  von 167 geteilt wird. Mit anderen Worten, die Zahl  $m_{83}$  ist keine Mersennesche Primzahl.

(b) Bestimmen Sie den Rest welchen die Zahl  $4444^{4444}$  bei Division durch 9 lässt. Welcher Rest ergibt sich bei Division durch 3?

**Aufgabe 2.** Sei  $p$  eine Primzahl und  $1 \leq \nu \leq p - 1$ . Beweisen Sie

$$\binom{p}{\nu} \equiv 0 \pmod{p}.$$

(Hinweis: Für Binomialkoeffizienten siehe das aktuelle Präsenzübungsblatt.)

**Aufgabe 3.** Sei  $p$  eine Primzahl und  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie:

(a) Es gilt

$$(1 + p)^{p^{n-1}} \equiv 1 \pmod{p^n}.$$

(b) Ist zusätzlich  $p \geq 3$  und  $n \geq 2$ , so gilt

$$(1 + p)^{p^{n-2}} \not\equiv 1 \pmod{p^n}.$$