

# AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER ZAHLENTHEORIE

## 1. ÜBUNGSBLATT

PROF. DR. HENNING KRAUSE  
DR. JULIA SAUTER

**Aufgabe 1.** Teile die folgenden ganzen Zahlen  $n$  mit Rest durch die natürlichen Zahlen  $m$ .

$$(1) n = 12345, m = 3 \quad (2) n = 15, m = 21$$

$$(3) n = -1, m = 19 \quad (4) n = -1018, m = 101.$$

Warum wird in der Vorlesung für das Teilen mit Rest  $n \neq 0$  und  $m > 0$  angenommen?

**Aufgabe 2.** Es seien  $a, b$  in  $\mathbb{Z}$ . Beweise die folgenden Behauptungen.

- (i) Es gilt  $7|(6a + b)$  genau dann, wenn  $7|(b - a)$  gilt.
- (ii) Entweder sind  $a + b$  und  $a - b$  beide gerade oder beide ungerade.

**Aufgabe 3.** In der Zaubererwelt gilt die (Geld-) Währung Galleonen, Sichel und Knut. Es gilt: 1 Galleone ist 17 Sichel, 1 Sichel ist 29 Knut. Der Umrechnungskurs zu Euro ist gegeben durch:

1 Euro entspricht 3 Sichel und 3 Knut.

- (1) Wieviele Galleonen bekommt man maximal für 100 Euro?
- (2) Wieviele Sichel bleiben abzüglich dieser Zahl Galleonen noch maximal übrig?
- (3) Wieviele Knut bleiben abzüglich der Galleonen und Sichel noch übrig?

**Aufgabe 4.** Beweise die folgenden beiden Behauptungen.

- (i) Sind  $a, b, c$  ganze Zahlen,  $c \neq 0$  und  $ac|bc$ , so gilt auch  $a|b$ .
- (ii) Es sei  $m \neq 0$  eine ganze Zahl. Falls eine ganze Zahl  $n$  von der Form  $mq + 1$  für ein eine ganze Zahl  $q$  ist, so ist auch  $n^2$  von dieser Form.