

**AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER ZAHLENTHEORIE  
PROBEKLAUSUR 1**PROF. DR. HENNING KRAUSE  
DR. JULIA SAUTER

Bitte benutze keinen Taschenrechner. Die Probeklausur ist auf 90 Minuten angelegt. Jede Aufgabe zählt 4 Punkte.

**Aufgabe 1.** Es seien  $a, b, m \in \mathbb{Z}$  mit  $m|ab$  und  $\text{ggT}(a, m) = 1$ . Zeige  $m|b$ .

**Aufgabe 2.** Finde alle Lösungen in den Restklassen modulo 33:

- (a)  $15x \equiv 6 \pmod{33}$
- (b)  $3x \equiv 11 \pmod{33}$

**Aufgabe 3.**

- (a) Berechne  $[32]_7^{4321}$ .
- (b) Invertiere  $[333]_{100}$ .

**Aufgabe 4.** Zeige, dass die folgende diophantische Gleichung keine Lösung in  $(x, y) \in \mathbb{Z}$  hat.

$$(xy)^{17} + 17x^3 - 18xy + 2 = 0.$$

**Aufgabe 5.** Finde alle  $x \in \mathbb{Z}$ , die die folgende simultane Kongruenz erfüllen.

$$\begin{aligned}x &\equiv 11 \pmod{4} \\x &\equiv 13 \pmod{6} \\x &\equiv 19 \pmod{10}\end{aligned}$$

**Aufgabe 6.** Finde alle Lösungen in den Restklassen modulo 35

$$x^2 - 1 \equiv 0 \pmod{35}.$$

**Aufgabe 7.** Finde **eine** Lösung in den Restklassen modulo 49

$$x^3 + 2x^2 + 9 \equiv 0 \pmod{49}.$$

**Aufgabe 8.** Zeige, dass es kein  $x \in \mathbb{Z}$  gibt, so dass  $x^5 \equiv 3 \pmod{11}$  gilt.  
(Hinweis: Benutze den Satz von Euler.)