Graphentheorie ☺ Übung 01

Aufgabe 01 Es sei G ein Graph mit n Ecken. Die Automorphismengruppe von G lässt sich als Untergruppe der symmetrischen Gruppe auffassen, also $\text{Aut}(G) \subset S_n$.

a Bestimmen Sie (mit Beweis) die Automorphismengruppen der folgenden Graphen:

1 P_n

2 $K_{n,m}$

b Bestimmen Sie $|\text{Aut}(K_{3,3})|$ (ohne Beweis).

c Zeigen Sie $\text{Aut}(G) = \text{Aut}(\overline{G})$.

Aufgabe 02 Ein einfacher Graph $G = (V, E)$ heißt selbstkomplementär, falls $G \cong \overline{G}$ gilt.

a Zeigen Sie, dass P_3 und C_5 selbstkomplementär sind.

b Zeigen Sie, dass $|V| \equiv 0 \pmod{4}$ oder $|V| \equiv 1 \pmod{4}$ gilt.

c Zeigen Sie, dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}$ einen selbstkomplementären Graphen mit

1 $4k$

2 $4k + 1$

Ecken gibt.

Aufgabe 03 Diese Aufgabe wird Ihnen in den Übungen gestellt.