Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2020/2021

Graphentheorie ☺ Übung 02

Aufgabe 04

a Es sei $G = (V, E)$ ein einfacher Graph und $f : K_n \to G$ ein Morphismus. Zeigen Sie, dass $f : V(K_n) \to V$ injektiv ist.

b Es sei $f : K_n \to K_m$ ein Morphismus. Zeigen Sie, dass dann $m \geq n$ gilt.

c Zeigen Sie: $\chi(K_n) = n$.

d Es sei $f : G \to H$ ein Isomorphismus von Graphen. Zeigen Sie, dass f Knoten- und Kantenbijektiv ist.

e Es sei $f : G \to H$ ein injektiver Morphismus von Graphen. Zeigen Sie, dass f Kanten-injektiv ist.

Aufgabe 05 Für $n \in \mathbb{N}$ ist der Hyperwürfel Q_n definiert durch

$$V(Q_n) := \{0,1\}^n, \quad E(Q_n) := \{vw \mid |v - w| = 1\}.$$

Dabei bezeichnet $|\cdot|$ die 2-Norm von Vektoren.

Hinweis: Zwei Knoten sind also genau dann benachbart, wenn sie sich in genau einer Koordinate unterscheiden.

a Zeichnen Sie Q_4.

b Zeigen Sie, dass Q_n regulär ist und bestimmen Sie die Anzahl der Knoten und Kanten von Q_n.

c Zeigen Sie, dass Q_n bipartit ist.

Der Boolsche Verband BL_n ist definiert durch

$$V(BL_n) := \mathcal{P}(\{1, \ldots, n\}), \quad E(BL_n) := \{vw \mid |v \Delta w| = 1\}.$$

Dabei bezeichnet $\mathcal{P}$ die Potenzmenge und Δ die symmetrische Differenz zweier Mengen, also

$$A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

d Zeigen Sie: $Q_n \cong BL_n$.

Aufgabe 06 Diese Aufgabe wird Ihnen in den Übungen gestellt.

Abgabe: bis zum Dienstag den 02.11.2021 um 12 Uhr in den Lernräumen der Tutorinnen.