

## Operations Research ☺ Übung 05

**Aufgabe 9** (10 Punkte) Es seien  $A, B, C$  und  $D$  dimensionsverträgliche Matrizen und  $a, b$  Vektoren. Zeigen Sie, dass dann entweder **a** oder **b** eine Lösung hat.

$$\mathbf{a} \quad Ax + By \leq a, \quad Cx + Dy = b, \quad x \geq 0$$

$$\mathbf{b} \quad A^T z + C^T w \geq 0, \quad B^T z + D^T w = 0, \quad z \geq 0, \quad a^T z + b^T w < 0.$$

**Aufgabe 10** (10 Punkte) Vorgelegt sei ein primales lineares Optimierungsproblem

$$\max b^T x, \quad Ax \leq c, \quad x \geq 0$$

und das dazu duale lineare Optimierungsproblem

$$\min c^T y, \quad A^T y \geq b, \quad y \geq 0.$$

Zeigen Sie, dass **i** genau dann lösbar ist, wenn **ii** es ist, und beide denselben Zielfunktionswert haben.

$$\mathbf{i} \quad \max b^T x, \quad Ax \leq c, \quad x \in \mathbb{R}^n$$

$$\mathbf{ii} \quad \max (b^T - b'^T) \cdot (x' \ x'')^T, \quad (A - A') \cdot (x' \ x'')^T \leq c, \quad x', x'' \in \mathbb{R}^n, \quad x', x'' \geq 0.$$