Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe SS 2013

2. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe 26. April 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

Aufgabe 2.1 (4 Punkte)
Sei $A \subset \mathbb{R}^2$ abgeschlossen, konvex, und die Menge der Extremalpunkte A_e von A sei nicht leer. Zeigen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen A keine Gerade enthält.

Aufgabe 2.2 (4 Punkte)

a) Skizzieren Sie die konvexe Hülle $k(M)$ für $M := \{(0,1),(0,4),(1,8),(2,3),(4,5)\} \subset \mathbb{R}^2$.

b) Bestimmen Sie eine Matrix $\mathbb{A}$ und einen Vektor c, so dass $k(M) = \{x \in \mathbb{R}^2 \colon \mathbb{A}x \leq c\}$.

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)
Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Dann definiert

$$\overline{k}(A) := \bigcap_{\substack{M \supseteq A \\ M \text{ konvex,} \\ \text{abgeschlossen}}} M$$

die abgeschlossene konvexe Hülle von A. Zeigen Sie, dass $\overline{k}(A)$ abgeschlossen ist und $\overline{k}(A) = \overline{k(A)}$ gilt.

Aufgabe 2.4 (4 Punkte)
Sei $P = \{x \in \mathbb{R}^3_+ \colon \mathbb{A}x \leq c\}$ ein konvexes Polyeder mit

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass $\hat{x} = (2,0,1)^{\mathrm{T}}$ ein Extremalpunkt von P ist.

b) Bestimmen Sie alle benachbarten Extremalpunkte von $\hat{x}$.