

8. Aufgabenblatt zu Operations Research Neues Studienmodell

Abgabe 07. Juni 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Gegeben sei die Menge

$$T := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^n : x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, x_1, x_2, x_3 \geq 0\}.$$

Zeigen Sie, dass T konvex ist, und geben Sie alle Seiten von T an.

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden zwei linearen Optimierungsprobleme jeweils als Minimierungs- und Maximierungsaufgabe:

- Zielfunktion: $f_1(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, Restriktionen: $x_1 + 2x_2 \leq 6$, $-x_1 + 3x_2 \geq 3$, $x_1, x_2 \geq 0$
- Zielfunktion: $f_2(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, Restriktionen: $4x_1 + 3x_2 \geq 12$, $x_1 + 3x_2 \leq 3$, $x_1, x_2 \geq 0$

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

- Zeigen Sie, dass jede lineare Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und konvex ist.
- Sei $A \subset \mathbb{R}^n$ eine nichtleere kompakte und konvexe Menge. Die Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sei stetig und konvex. Zeigen Sie, dass f auf A das Maximum in einem Extrempunkt annimmt.

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)

Sei X der Einheitswürfel im \mathbb{R}^3 . Seine Ecken sind $(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$, $x \in \{0, 1\}^3$.

- Beschreiben Sie X durch ein lineares Ungleichungssystem (U) .
- Gegeben ein a , heißt die Ungleichung $\langle a, x \rangle \leq b$ *straff* in x , falls $\langle a, x \rangle = b$ gilt. Für welche Punkte des Würfels sind keine, eine, zwei bzw. drei Ungleichungen in (U) straff?
- Betrachten Sie das lineare Optimierungsproblem

$$\max\{x_1 + x_2 + x_3 : (x_1, x_2, x_3)^T \in X\}.$$

Lösen Sie es mit dem Simplexalgorithmus und geben Sie in jedem Schritt den auftretenden Extrempunkt an.