

## 9. Aufgabenblatt zu Operations Research Neues Studienmodell

Abgabe 14. Juni 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

*Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.*

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

### Aufgabe 9.1 (4 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass  $k(A)$  kompakt ist, falls  $A \subset \mathbb{R}^n$  kompakt ist.
- b) Zeigen Sie, dass  $k(A)$  offen ist, falls  $A \subset \mathbb{R}^n$  offen ist.
- c) Geben Sie ein nicht triviales Beispiel an, welches zeigt, dass  $k(A)$  nicht zwingend abgeschlossen ist, falls  $A \subset \mathbb{R}^n$  abgeschlossen ist.

### Aufgabe 9.2 (4 Punkte)

Für welche Werte von  $t \in \mathbb{R}$  besitzt das folgende Optimierungsproblem

$$\max\{x_1 + x_2 : x_1 - x_2 \leq 3, -x_1 + x_2 \leq 3, x_1 - 2x_2 \leq 2, tx_1 + 3x_2 \leq 4, x_1, x_2 \geq 0\}$$

- a) genau eine Lösung,
- b) mehrere Lösungen,
- c) keine Lösung?

Geben Sie die entsprechenden Lösungen an und begründen Sie ihre Antworten grafisch.

### Aufgabe 9.3 (4 Punkte)

Das Polyeder  $P$  sei gegeben als Lösungsmenge des folgenden linearen Ungleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &\geq 1 \\ x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass  $\bar{x} = (0, 0, 1)^T$  ein Extrempunkt von  $P$  ist.
- b) Berechnen Sie alle benachbarten Extrempunkte von  $\bar{x}$ .
- c) Existieren Vektoren  $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}^3$ , sodass  $P = k(\{a_1, \dots, a_m\})$  gilt?

**Aufgabe 9.4 (4 Punkte)**

Ein Catering-Unternehmen möchte einen Obstsalat anbieten, welcher den folgenden Anforderungen genügt: 1kg Salat soll mindestens 9g Eiweiß, mindestens 190g Kohlehydrate und höchstens 5g Fett enthalten. Der jeweilige Nährstoffgehalt pro kg Fruchtsorte kann der folgenden Tabelle entnommen werden:

	Eiweiß	Fett	Kohlehydrate
Bananen	11g	2g	220g
Orangen	10g	2g	120g
Äpfel	3g	6g	150g

Der Kilopreis der Früchte beläuft sich jeweils auf 1,20€ für Bananen, 1,10€ für Orangen und 1,25€ für Äpfel.

- Kann mit Bananen alleine eine sachgemäße Ernährung erfolgen?
- Wie muss das Unternehmen den Obstsalat zusammensetzen, damit möglichst geringe Kosten auftreten?
- Welche Kosten werden je kg Obstsalat gegenüber der bisherigen empirischen Zusammensetzung  $x_1 : x_2 : x_3 = 7 : 2 : 1$  eingespart?
- Welche Zusammensetzung enthält mehr Fett?
- Wie stark müsste der Preis von Äpfeln sinken, damit ein kostenoptimaler Obstsalat alle drei Fruchtbestandteile enthält?