Universität Bielefeld

Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe

SS 2013

11. Aufgabenblatt zu Operations Research

Altes Studienmodell

Abgabe 28. Juni 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

Aufgabe 11.1 (4 Punkte)
Zwei Spieler spielen „Matching Pennies“. Jeder Spieler muss sich für eine der Strategien „Kopf“ oder „Zahl“ entscheiden. Spieler 1 gewinnt einen Penny von Spieler 2, falls beide Kopf oder beide Zahl gewählt haben, während Spieler 2 einen Penny von Spieler 1 gewinnt, falls die Strategiewahl unterschiedlich ausfällt.

a) Beschreiben Sie den Sachverhalt mit Hilfe eines Bimatrixspiels.

b) Gibt es ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie ihre Antwort.

c) Untersuchen Sie die Existenz von Nash-Gleichgewichten in gemischten Strategien. Falls es welche gibt, geben Sie diese an.

d) Geben Sie die Menge aller optimalen gemischten Strategien für Spieler 1 und Spieler 2 an.

Aufgabe 11.2 (4 Punkte)
Geben Sie für die folgenden Spiele jeweils die beste Antwort der jeweiligen Spieler an und bestimmen Sie damit die Nash-Gleichgewichte der Spiele.

a) „Schere-Stein-Papier“-Spiel

b) „Gefangendilemma“

c) „Battle of Sexes“

Aufgabe 11.3 (4 Punkte)
Es werde ein Bimatrixspiel mit den Auszahlungsmatrizen $\mathbb{A}$ und $\mathbb{B}$ betrachtet. Beweisen Sie folgende Aussage:
Wenn die Matrizen $\mathbb{A} \geq 0$ und $\mathbb{B}^T \geq 0$ sind und keine Null-Spalten enthalten, dann gilt für die Auszahlung in einem Nash-Gleichgewicht (x_0, y_0): $x_0^T \mathbb{A} y_0 > 0$ und $x_0^T \mathbb{B} y_0 > 0$.

Aufgabe 11.4 (4 Punkte)
Untersuchen Sie das Bimatrixspiel mit den folgenden Auszahlungen auf Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien:

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} (V-D)/2 & V \\ 0 & (W+V)/2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} (V-D)/2 & 0 \\ V & (W+V)/2 \end{pmatrix} \quad \text{(mit } D, V, W \in \mathbb{R}\text{)}.$$