Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe

SS 2013

12. Aufgabenblatt zu Operations Research

Neues Studienmodell

Abgabe 05. Juli 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

Aufgabe 12.1 (4 Punkte)

Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen die zwei verschieden Sorten Müsli A und B her. Eine Einheit von Müsli A enthält zwei Einheiten Nüsse, vier Einheiten Haferflocken und eine Einheit Rosinen. Eine Einheit von Müsli B enthält drei Einheiten Nüsse, eine Einheit Haferflocken und eine Einheit Rosinen, Beim Verkauf einer Einheit Müsli A erzielt die Firma einen Gewinn von 5€, der Verkauf von B bringt 4€. Die Firma kann maximal 12.000 Einheiten Nüsse, 16.000 Einheiten Haferflocken und 4.300 Rosinen beschaffen.

a) Formulieren Sie das Problem, einen Produktionsplan mit maximalen Gewinn zu bestimmen, als lineares Optimierungsproblem.

b) Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem grafisch.

c) Wie ändert sich der optimale Produktionsplan, wenn aufgrund von Lieferschwierigkeiten nur noch 10.000 Einheiten Nüsse bzw. 4.000 Einheiten Rosinen beschafft werden können?

Aufgabe 12.2 (4 Punkte)

Betrachten Sie das sogenannte Klee-Minty-Beispiel

$$\max\left\{\sum_{i=1}^{n} 2^{n-i}x_i\colon\ \sum_{j=1}^{i-1} 2^{i-j+1}x_j + x_i \le 5^i,\ x_i \ge 0,\ i=1,\dots,n\right\}.$$

a) Zeigen Sie, dass das Polyeder der zulässigen Punkte 2^n Ecken hat.

b) Lösen Sie das Optimierungsproblem für $n=3$.

Aufgabe 12.3 (4 Punkte)
Transformieren Sie das folgende lineare Optimierungsproblem in ein Problem der folgenden Form $\{\max c^T x\colon \mathbb{A}x = b,\ x \geq 0\}$, ohne die Lösungsmenge zu verändern.

$$\begin{array}{lrl}
\min & x_1 + x_2 + x_3 & \text{unter den Nebenbedingungen} \\
& x_1 - x_2 + 2x_3 \geq & -3 \\
& x_1 + x_2 - x_3 = & 3 \\
& 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq & 7 \\
& x_2 \leq & 5 \\
& x_1,\ x_2 \geq & 0
\end{array}$$

Aufgabe 12.4 (4 Punkte)
Formulieren Sie das folgende Problem als lineares Optimierungsproblem:

Für eine gegebene endliche Menge von Punkten in der Ebene soll ein Kreisring, d. h. eine Menge der Form $K_r^R(x) := \{y \in \mathbb{R}^2\colon r^2 \leq (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \leq R^2\}$, mit kleinster Fläche berechnet werden, der die Menge enthält.

Wie viele Restriktionen und wie viele Variablen hat das Optimierungsproblem?