

13. Aufgabenblatt zu Operations Research

Altes Studienmodell

Abgabe 12. Juli 2013, bis spätestens 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128: Frau Ott (PF 170), Herr Raisich (PF 194), Frau Kämpfe (PF 84)

Aufgabe 13.1 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Netzwerk $N = ((X, \Gamma), s, t, c)$.

- Zeigen Sie, dass es mindestens eine Kante in $\Gamma \setminus \{(t, s)\}$ gibt, deren Entfernung den maximalen Wert eines zulässigen Flusses verkleinert, sofern dieser Wert von Null verschieden ist.
- Eine solche Kante γ aus a) heißt *vital*, falls durch ihre Entfernung der maximale Flusswert um den maximal möglichen Betrag verkleinert wird. Ist eine Kante maximaler Kapazität in einem minimalen Schnitt notwendig vital?

Aufgabe 13.2 (4 Punkte)

Ein *einfacher* Weg ist ein Weg mit paarweise verschiedenen Ecken. Ein Fluss in einem Netzwerk $N = ((X, \Gamma), s, t, c)$ heißt *elementar*, falls er entlang der Kanten eines einfachen Weges von Null verschieden ist und auf den verbleibenden Kanten (mit Ausnahme der Kontrollkante) verschwindet. Für jede nicht triviale Kapazitätsfunktion c liefert der Algorithmus von FORD und FULKERSON einen maximalen Fluss als Summe elementarer Flüsse. Untersuchen Sie, ob jeder maximale Fluss so dargestellt werden kann.

Aufgabe 13.3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Netzwerk $\tilde{N} = (\tilde{G}, s, t, c)$ auf einem ungerichteten Graph $\tilde{G} = (X, \tilde{\Gamma})$. Lösen Sie das Problem der Flussmaximierung für solch ein Netzwerk \tilde{N} durch Angabe eines geeigneten Algorithmus. Dabei dürfen Sie eine Kontrollkante (t, s) einführen.

Aufgabe 13.4 (4 Punkte)

In einer Stadt gebe es ein Netzwerk aus Einbahnstraßen, wobei jede Straße eine bestimmte Verkehrsfluss-Kapazität besitzt. Untersuchen Sie die Frage, wie ein Verkehrsplaner die Eisenbahnstraßen orientieren soll, damit ein maximaler Fluss von einem gegebenen Startpunkt zu einem gegebenen Endpunkt entsteht.

Lösen Sie diese Aufgabe durch Untersuchung eines geeigneten Netzwerks aus der vorigen Aufgabe.