

4. Präsenzaufgabenblatt zu Operations Research

Bearbeitung am 06./07. April 2013

Aufgabe 4.1

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem

$$x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1,$$

$$5x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4,$$

$$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 3,$$

$$2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 2$$

- zunächst mit Hilfe des klassischen Algorithmus zur Gaußelimination¹,
- anschließend mit dem in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus zur Gaußelimination.
- Welche Unterschiede können Sie bei den zwei Verfahren feststellen?

Aufgabe 4.2

Betrachtet werden die folgenden Linearformen

$$y_1 = -x_1 - 5x_2 - 2x_3,$$

$$y_2 = -3x_2 - 7x_3,$$

$$y_3 = -2x_1 - 6x_2.$$

- Stellen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung vorgestellten Gaußelimination x_1, x_2, x_3 in Abhängigkeit von y_1, y_2, y_3 dar.

- Wie kann man mit der Darstellung aus a) die zu $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 7 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ inverse Matrix ablesen?
 Wie lautet diese?

Aufgabe 4.3

Maximieren Sie $f(x_1, x_2, x_3) = 10x_1 + 6x_2 - 8x_3$ unter den Nebenbedingungen

$$5x_1 - 2x_2 + 6x_3 \leq 20$$

$$10x_1 + 4x_2 - 6x_3 \leq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

mit dem Simplexalgorithmus. Zeichnen Sie auch das zugehörige Polyeder und geben Sie die in jedem Schritt auftretenden Extrempunkte im Polyeder an.

¹ Details zum klassischen Algorithmus zur Gaußelimination finden Sie unter anderem in „Fischer, Bernd: Lineare Algebra, Vieweg+Teubner Verlag, 2008, 16. Auflage, S. 20ff“