Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe SS 2013

6. Präsenzaufgabenblatt zu Operations Research

Bearbeitung am 21. Mai 2013

Aufgabe 6.1
Für eine beliebige nichtleere Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^n$ definieren wir

$$A^p := \{y \in \mathbb{R}^n : \langle x, y \rangle \leq 1 \text{ für alle } x \in A\}.$$

Zeigen Sie:

a) $0 \in A^p$ und A^p ist konvex und abgeschlossen.

b) $A \subset (A^p)^p$, und aus $A \subset B$ folgt $B^p \subset A^p$.

Aufgabe 6.2 (Korollar 7.7)
Beweisen Sie folgende Aussage: Sei $A \subset \mathbb{R}^n$ konvex und abgeschlossen. Dann gilt:

$$A = \bigcap_{A \subseteq H_+} H_+,$$

wobei $H_+ = H_+(u, b) := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle u, x \rangle \geq b\}$ mit $u \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 6.3
Gegeben seien die Menge $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ und der Punkt $P = (1, 3)$

a) Berechnen Sie alle Stützhyperebenen an E, die durch P gehen.

b) Berechnen Sie die Menge aller P und E trennenden Hyperebenen, die durch P gehen.