8. Präsenzaufgabenblatt zu Operations Research

Bearbeitung am 03./04. Juni 2013

Aufgabe 8.1

Für $\lambda \in \mathbb{R}$ sei die lineare Optimierungsaufgabe

$$\min\{x_1 + \lambda x_2 \colon (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \cap P\}$$

gegeben mit zulässigem Bereich $P := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \colon 4x_1 + x_2 \geq 8,\ x_1 + x_2 \geq 5,\ x_1 - 3x_2 \geq 1\}$.

a) Beweisen Sie, dass der zulässige Bereich P unbeschränkt ist.

b) Für welche Werte von λ ist die Aufgabe lösbar? Bestimmen Sie für diese Werte jeweils eine Lösung $(x_1^\lambda, x_2^\lambda) \in P$ grafisch.

c) Skizzieren Sie die Optimalwertfunktion $f(\lambda) := \min\{x_1 + \lambda x_2 \colon (x_1, x_2) \in P\}$.

Aufgabe 8.2

Zeigen Sie: Die konvexe Hülle $k(P_1 \cup P_2)$ aus zwei Polyedern P_1, P_2 ist nicht immer ein Polyeder.

Aufgabe 8.3*

Seien die Mengen

$$G = \left\{ \binom{2}{2}, \binom{5}{2}, \binom{2}{5}, \binom{5}{5}, \binom{3}{8}, \binom{3}{3}, \binom{2}{10}, \binom{3}{0}, \binom{4}{4} \right\} \quad \text{und} \quad H = \left\{ \binom{1}{1}, \binom{1}{2}, \binom{5}{1} \right\}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Extremalpunkte des Polyeders $Q = k(G) + K(H)$.