

## 11. Präsenzaufgabenblatt zu Operations Research

Bearbeitung am 24./25. Juni 2013

### Aufgabe 11.1

Für Matrizen  $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$  und Vektoren  $b, c, d$  werden die folgenden Typen von Ungleichungssystemen definiert:

Typ I:  $\mathbb{A}x \leq b$

Typ II:  $\mathbb{B}x \leq c, x \geq 0$

Typ III:  $\mathbb{C}x = d, x \geq 0$

Gegeben ist folgendes Ungleichungssystem:

$$2x_1 + x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 6.$$

- Geben Sie alle Stützhyper Ebenen zur Lösungsmenge dieses Systems an.
- Formen Sie das Ungleichungssystem in ein äquivalentes System vom Typ III um.
- Geben Sie eine Umformung in ein System vom Typ II an, ohne die Anzahl der Variablen zu vergrößern. Wie läßt sich dieses Vorgehensweise allgemein im  $\mathbb{R}^n$  umsetzen?

### Aufgabe 11.2

Sei  $S \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$  eine Pyramide. Zeigen Sie, dass die Menge  $P := \{x \in \mathbb{R}^n : (x, 1) \in S\}$  ein Polyeder ist.

### Aufgabe 11.3\*

Betrachtet werden zwei Jäger. Die beiden Spieler, Jäger 1 und Jäger 2, stehen vor der Wahl, entweder ihre Kräfte auf die Erjagung eines Hirsches zu konzentrieren oder aber einen Hasen zu jagen. Die Hirschjagd erfordert die gemeinsame Anstrengung, während ein Hase von einem einzigen Jäger gefangen werden kann. Während ein Hase eine Auszahlung von 4 erbringt, ergibt ein Hirsch so viel mehr Fleisch, dass auch nach der Teilung der Jagdbeute sich für jeden eine Auszahlung von 5 ergibt.

Jäger 1 möchte sich an der Hirschjagd beteiligen, falls Jäger 2 sich auf den Hirsch konzentriert. Falls Jäger 2 jedoch auf Hasenpirsch geht, möchte Jäger 1 seine Kraft nicht auf die erfolglose Hirschjagd vergeuden.

- Beschreiben Sie den Sachverhalt mit Hilfe eines Bimatrixspiels.
- Bestimmen Sie den unteren Wert des Spiels für Jäger 1 und für Jäger 2.
- Bestimmen Sie den oberen Wert des Spiels für Jäger 1 und für Jäger 2.
- Geben Sie die Nash-Gleichgewichte jeweils für reine und gemischte Strategien an.