Prof. Dr. Barbara Gentz Dipl.-Wirtsch.-Math. Diana Kämpfe Fakultät für Mathematik Universität Bielefeld

## 3. Aufgabenblatt zur

# Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Abgabe bis Donnerstag, 26.4.2012, 12:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128:

Frau Ott (Fach 196), Herr Raisich (Fach 194), Frau Kämpfe (Fach 84)

### Aufgabe 3.1 (4 Punkte)

Stellen Sie sich vor, Sie sind Gast bei einer Familienfeier und möchten sich die Zeit mit etwas Kombinatorik vertreiben. Dabei kommen Ihnen die folgende Fragen in den Sinn:

- (a) Auf wie viele verschiedene Weisen lassen sich die Buchstaben des Wortes "FAMILIENFEIER" zu neuen, gegebenenfalls auch sinnfreien, Wörtern anordnen?
- (b) Nachdem alle n Personen bei der Familienfeier eingetroffen sind, stößt jeder mit jedem an. Wie oft ertönt das Gläserklingen?
- (c) Unter den Gästen der Feier sind m Kinder, darunter Anne und Emil. Die Kinder setzen sich zufällig, entsprechend der Gleichverteilung, an einen runden Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau k Personen zwischen Anne und Emil sitzen?

Klassifizieren Sie die vorliegenden Abzählprobleme und geben Sie für den Aufgabenteil (3.1.c) einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.

#### Aufgabe 3.2 (4 Punkte)

Eine Urne enthält sechs weiße, fünf schwarze und zwei rote (jeweils ununterscheidbare) Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer gleichzeitigen Entnahme von vier Kugeln . . .

- (a) zwei weiße oder zwei schwarze zu ziehen;
- (b) nur Kugeln derselben Farbe zu ziehen;
- (c) mindestens eine weiße und eine schwarze Kugel zu ziehen?

Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an und klassifizieren Sie die vorliegenden Abzählprobleme.

### Aufgabe 3.3 (4 Punkte)

In einem Kartenspiel mit 32 Karten befinden sich je ein As in den Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo. Die Karten werden gut gemischt und es werden nacheinander zwei Karten (ohne Zurücklegen) gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit . . .

- (a) zweimal ein As zu ziehen;
- (b) kein As zu ziehen;
- (c) genau ein As zu ziehen?

Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an und klassifizieren Sie die vorliegenden Abzählprobleme.

#### Aufgabe 3.4 (4 Punkte)

In einem Hörsaal sitzen n Studierende. Wir wollen annehmen, dass jeder Tag eines schaltfreien Jahres von 356 Tagen mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Geburtstag eines Menschen auftritt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit p(n), dass mindestens zwei der n Studierenden den gleichen Geburtstag haben.

Geben Sie dazu einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an und klassifizieren Sie das vorliegende Abzählproblem. Stellen Sie darüberhinaus die Funktion  $p(n) \colon \mathbb{N} \to [0,1]$  graphisch dar und bestimmen Sie so näherungsweise, ab welchem n die Aussage  $p(n) > \frac{1}{2}$  gilt.