Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirtsch.-Math. Diana Kämpfe
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

SS 2012

6. Aufgabenblatt zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Abgabe bis **Donnerstag, 17.5.2012, 12:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128:
Frau Ott (Fach 196), Herr Raisich (Fach 194), Frau Kämpfe (Fach 84)

Aufgabe 6.1 (4 Punkte)
Wir werfen zehnmal einen fairen "Würfel" mit zwölf (!) Seiten. Die Seiten seien beschriftet mit $1, \dots, 12$. Sei weiter X die Zufallsgröße, welche die größte Augenzahl unter den zehn Würfen angibt.

(a) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X \leqslant 7)$.

(b) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X = 7)$.

(c) Sei A das Ereignis, dass alle zehn Würfe das gleiche Ergebnis haben. Sind A und $\{X \leqslant 3\}$ unabhängige Ereignisse?

(d) Sei Z das Ergebnis des ersten Wurfs. Sind A und $\{Z = 3\}$ unabhängige Ereignisse?

(e) Sei Y die Zufallsgröße, welche die größte Augenzahl unter den ersten neun Würfen angibt. Berechnen Sie $\mathbb{P}(X = k \mid Y = 6)$ für alle relevanten k.

Aufgabe 6.2 (4 Punkte)

(a) Wir werfen eine faire Münze so oft, bis zum ersten Mal “Kopf” erscheint, aber höchstens zehnmal. Sei X die Anzahl der Würfe. Bestimmen Sie den Zielbereich und die Verteilung von X.

(b) Aus einer Gruppe von sieben Abgeordneten, bestehend aus vier Konservativen und drei Liberalen, wird zufällig ein Ausschuß von drei Personen gebildet. Sei X die Anzahl der konservativen Mitglieder des Ausschußes. Man bestimme die Verteilung von X.

Aufgabe 6.3 (4 Punkte)
Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Es seien X_1 und X_2 das Ergebnis des ersten bzw. zweiten Wurfs, S die Augensumme und M das Maximum beider Würfe. Bestimmen Sie die gemeinsamen Verteilungen von

(a) X_1 und X_2,

(b) X_1 und S,

(c) M und S.

Aufgabe 6.4 (4 Punkte)
Bei der Lotterie “6 aus 49” sei

$$X = \begin{cases} 0, & \text{wenn die gezogene Zahl durch 3 teilbar ist,} \\ 1, & \text{wenn die gezogene Zahl nicht durch 3 teilbar ist,} \end{cases}$$

und

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{wenn die gezogene Zahl durch 4 teilbar ist,} \\ 1, & \text{wenn die gezogene Zahl nicht durch 4 teilbar ist, aber durch 2,} \\ 2, & \text{wenn die gezogene Zahl nicht durch 2 teilbar ist.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie zunächst die gemeinsame Verteilung von $Z = (X, Y)$ und anschließend die Randverteilungen von X und Y.