

8. Aufgabenblatt zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Abgabe bis **Donnerstag, 31.5.2012, 12:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Postfächer im V3-128:

Frau Ott (Fach 196), Herr Raisich (Fach 194), Frau Kämpfe (Fach 84)

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Eine Firma verkauft 20 Exemplare eines Geräts. Der Selbstkostenpreis eines solchen Geräts betrage 100 €, der Verkaufspreis 200 €. Die Firma gewährt folgende Garantie: Fällt das Gerät während der Garantiezeit aus, so werden 500 € Schadensersatz gezahlt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Garantiefall eintritt, sei $1/10$. Präzisieren Sie die Annahmen an die von Ihnen betrachteten Zufallsgrößen, bevor Sie die Aufgabenteile (a) und (b) bearbeiten.

- (a) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz des Gewinns der Firma, wobei ein eventueller Verlust als negativer Gewinn behandelt werde.
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Firma einen Verlust erleidet.

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Im patriarchalischen Phantasialand unserer Hausaufgaben bekommen Familien genau so lange Kinder, bis der erste Junge geboren wurde. Dabei wollen wir annehmen, dass Jungen- und Mädchengeburten gleichwahrscheinlich sind und unabhängig von den vorherigen Geburten. Auch nehmen wir an, dass es keine Mehrlingsgeburten gibt.

- (a) Ist zu erwarten, dass in einer derartigen Gesellschaft die Anzahl Jungen größer ist als die Anzahl Mädchen?
- (b) Bestimmen Sie die Verteilung der Anzahl der Mädchen in einer Familie, und berechnen Sie Erwartungswert und Varianz.
- (c) Wie groß ist die erwartete Anzahl Jungen in einer Familie? Berechnen Sie auch die Varianz.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Alle n Teilnehmer eines Workshops sollten schriftlich von einer Programmänderung informiert werden. In der Eile wurden die Briefe rasch in die bereits adressierten Umschläge verteilt und abgesandt. Dabei wurde übersehen, dass jeder der Briefe den Empfängernamen in der Anrede trägt. Bestimmen Sie (für beliebiges $n \in \mathbb{N}$) die erwartete Anzahl von Briefen, die korrekt zugeordnet wurden.

Präzisieren Sie auch hier die Annahmen an die von Ihnen betrachteten Zufallsgrößen, bevor Sie die Aufgabe bearbeiten und lösen Sie diese, ohne die Lösung der Aufgabe 8.4 zu verwenden.

Aufgabe 8.4 (4 Punkte) (Fortsetzung der Aufgabe 8.3)

Bestimmen Sie im Kontext der Aufgabe 8.3 die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Brief in den richtigen Umschlag gelangt ist. Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für große n ?

Hinweis

Es handelt sich hierbei um das sogenannte *Rencontre-Problem*. Betrachten Sie die Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses. Überlegen Sie sich zunächst das Resultat für $n = 3, 4, \dots$, und beachten Sie, dass Sie gegebenenfalls beim Abzählen Fälle mehrfach “erwischen” und dies dann wieder korrigieren müssen. Denken Sie an das Ein- und Auschlußprinzip!