

10. Präsenzübung zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Bearbeitung am 13/15.6.2012

Präsenzaufgabe 10.1

Es sei X eine Zufallsgröße mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} cx^3 & \text{für } x \in (0, 1), \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie c .
- (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X .
- (c) Skizzieren Sie die Dichte und die Verteilungsfunktion von X .
- (d) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X > 1/2)$.
- (e) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .

Präsenzaufgabe 10.2

Eine Zufallsgröße heißt *symmetrisch*, wenn X und $-X$ die gleiche Verteilung haben, das heißt, wenn

$$\mathbb{P}(X \in [c, d]) = \mathbb{P}(-X \in [c, d])$$

gilt für alle $c < d$ derart, dass $[c, d]$ im Zielbereich der Zufallsgröße X liegt.

- (a) Geben Sie ein Beispiel einer diskreten, symmetrischen Zufallsgröße.
- (b) Was können Sie über den Erwartungswert einer diskreten, symmetrischen Zufallsgröße sagen?
- (c) Geben Sie ein Beispiel einer symmetrischen Zufallsgröße mit Dichte.

- (d) Zeigen Sie, dass $f(-x) = f(x)$ für die Dichte von symmetrischen Zufallsgröße gilt.
- (e) Was können Sie über den Erwartungswert einer symmetrischen Zufallsgröße mit Dichte sagen?

Präsenzaufgabe 10.3

Es sei X eine Zufallsgröße mit Dichte f . Finden Sie die Dichten der Zufallsgrößen $Y_1 = -X$, $Y_2 = 2X + 1$, $Y_3 = |X|$.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Verteilungsfunktionen der Y_i .

Präsenzaufgabe 10.4 (*Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung*)

Die Zufallsgröße X sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$. Zeigen Sie

$$\mathbb{P}(X > s + t \mid X > s) = \mathbb{P}(X > t) \quad \text{für alle } s, t > 0,$$

und erläutern Sie die Bezeichnung *Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung*.