

11. Präsenzübung zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Bearbeitung am 20/22.6.2012

Präsenzaufgabe 11.1

Die Dichte der zwei-dimensionalen Zufallsgröße (X_1, X_2) sei gegeben durch

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-x_1-x_2} & \text{für } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X_2 > X_1)$.
- (b) Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Zufallsgröße $X_1 + X_2$.
- (c) Zeigen Sie, dass X_1 und X_2 unabhängig sind.

Präsenzaufgabe 11.2

Angenommen die Dichte der zwei-dimensionalen Zufallsgröße $Y = (Y_1, Y_2)$ sei gegeben durch

$$g(y_1, y_2) = \begin{cases} 1 + y_1 y_2 & \text{für } 0 < y_1 \leq 1, 0 \leq y_2/y_1 \leq a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Für welche Werte $a \in \mathbb{R}$ ist g eine zwei-dimensionale Dichte?
- (b) Bestimmen Sie die Randdichten $g_{Y_1}(y_1)$ und $g_{Y_2}(y_2)$.
- (c) Sind Y_1 und Y_2 unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Präsenzaufgabe 11.3

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsgrößen mit Verteilungsfunktionen F_1, \dots, F_n . Weiter werden die folgenden Zufallsgrößen definiert

$$Y_n := \max\{X_1, \dots, X_n\} \quad \text{und} \quad Z_n := \min\{X_1, \dots, X_n\}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktionen der Zufallsgrößen Y_2 und Z_2 .
- (b) Leiten Sie mit Hilfe des Aufgabenteiles (a) die Verteilungsfunktionen der Zufallsgrößen Y_n und Z_n her.