Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirtsch.-Math. Diana Kämpfe
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

SS 2012

6. Präsenzübung zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Bearbeitung am **16./18.5.2012**

Präsenzaufgabe 6.1

(a) Die gemeinsame Verteilung von X und Y sei gegeben durch

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X=0,\ Y=0) &= 0.4\\ \mathbb{P}(X=0,\ Y=1) &= 0.2\\ \mathbb{P}(X=1,\ Y=0) &= 0.1\\ \mathbb{P}(X=1,\ Y=1) &= 0.3\end{aligned}$$

Berechnen Sie $\mathbb{P}(X=0), \mathbb{P}(X=1), \mathbb{P}(Y=0), \mathbb{P}(Y=1)$ und $\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y]$. Sind X und Y unabhängig ?

(b) Die Zufallsvariable X sei gegeben durch die folgende Verteilung:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X=-4) = \mathbb{P}(X=4) &= 1/16\\ \mathbb{P}(X=2) = \mathbb{P}(X=-2) &= 7/16.\end{aligned}$$

Wir setzen $Y = aX + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(i) Für welche Werte von a und b nimmt Y Werte in $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ an?

(ii) Berechnen Sie $\mathbb{P}(Y=j,\ X=k)$ für derartige a und b. Für welche Tupel (j, k) ist die Wahrscheinlichkeit ungleich null?

(c) Wir werfen einen fairen Würfel zweimal. Bestimmen Sie $\mathbb{P}(X=k,\ Y=j)$, wenn

(i) X der größte geworfenen Wert ist und Y die Summe der Werte;

(ii) X das Ergebnis des ersten Wurfs ist und Y der größte Wert;

(iii) X der kleinste und Y der größte Wert ist.

Präsenzaufgabe 6.2
Wir spielen mit einem nicht fairem Würfel. Erstaunlicherweise gilt für die Augenzahl X die Beziehung $\mathbb{P}(X = k) = \alpha k$ für alle $k = 1, \ldots, 6$ mit einer Konstanten $\alpha > 0$. Bestimmen Sie α, sowie Erwartungswert und Varianz von X.

Präsenzaufgabe 6.3
Wir würfeln, bis jede der Zahlen $1, \ldots, 6$ mindestens einmal gefallen ist. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl an benötigten Würfen und die Varianz der Anzahl an benötigten Würfen.