

7. Präsenzübung zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Bearbeitung am **23./25.5.2012**

Präsenzaufgabe 7.1

Ihre vertrottelte Dozentin kommt spät abends nach Hause. An ihrem Schlüsselbund befinden sich N Schlüssel, von denen genau einer die Haustür öffnet. Sie probiert in zufälliger Reihenfolge einen Schlüssel nach dem anderen, bis sie den Schlüssel gefunden hat, der die Tür öffnet. Dabei unterscheidet sie nicht zwischen Schlüsseln, die sie schon probiert hat, und jenen, die sie noch nicht probiert hat. Sei X die Zufallsvariable, die angibt, wie viele Versuche Ihre Dozentin benötigt hat. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von X .

Präsenzaufgabe 7.2

Wir ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit r unterscheidbaren Kugeln, bis wir jede Kugel mindestens einmal gezogen haben. Es seien X die Anzahl der benötigten Versuche und $T_i \in \mathbb{N}$ der Zeitpunkt, zu dem wir die i -te neue Kugel ziehen, mit $T_1 = 1$ und $T_r = X$.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilung von $T_{i+1} - T_i$.
- (b) Bestimmen Sie den Erwartungswert von $T_{i+1} - T_i$.
- (c) Zeigen Sie schließlich

$$\mathbb{E}[X] = 1 + r \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{r-1} \right).$$

Präsenzaufgabe 7.3

Auf einem Fest wird Ihnen das folgende Spiel vorgeschlagen: Für einen Einsatz von 2 € dürfen Sie einmal zwei faire Würfel werfen.

- Werfen Sie zwei Sechsen, so erhalten Sie 18 € ausgezahlt.
 - Werfen Sie zwei gleiche Augenzahlen, jedoch nicht zwei Sechsen, so erhalten Sie 3 € ausgezahlt.
 - Werfen Sie zwar nicht zwei gleiche Augenzahlen, aber eine Augensumme kleiner oder gleich sieben, so erhalten Sie 1 € ausgezahlt.
 - In allen anderen Fällen erhalten Sie keine Auszahlung.
- (a) Modellieren Sie das Spiel mit Hilfe eines geeigneten Wahrscheinlichkeitsraums. Definieren Sie dazu eine Zufallsgröße X , die den Gewinn oder Verlust (als negativen Gewinn) beschreibt.
- (b) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsgröße X .
- (c) Ist dieses Spiel vorteilhaft für Sie?