Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirtsch.-Math. Diana Kämpfe
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

SS 2012

# 8. Präsenzübung zur Vertiefung NWI: Wahrscheinlichkeitstheorie

Bearbeitung am **30.5./1.6.2012**

**Präsenzaufgabe 8.1**
In Phantasialand werden jährlich durchschnittlich $10^6$ Kinder geboren, wobei die Geburt eines Mädchens mit Wahrscheinlichkeit $p = 1/2$ eintrete.
Verwenden Sie die *Tschebyscheff-Ungleichung*, um abzuschätzen, wie viele Jahre lang die Statistik geführt werden muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% die relative Häufigkeit der Geburten von Mädchen um höchstens $10^{-3}$ von $p = 1/2$ abweicht.

**Präsenzaufgabe 8.2**
Betrachten Sie folgende Situation: Wir haben zwei Folgen von Zufallsgrößen $X_i$ und $Y_i$. Die $X_i$ sind unabhängig und identisch verteilt mit Erwartungswert 1. Genau so sind die $Y_i$ unabhängig und identisch verteilt, aber mit Erwartungswert 2. Mit dem Wurf einer fairen Münze entscheiden wir, welche der beiden Folgen wir heranziehen. Wenn Kopf fällt, definieren wir $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$ für alle $n \in \mathbb{N}$, wenn Zahl fällt, definieren wir $S_n = \sum_{i=1}^n Y_i$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(a) Zeigen Sie $\mathbb{E}\left[S_n/n\right] = 3/2$ und $\mathbb{P}\left(|S_n/n - 3/2| > 1/4\right)$ konvergiert *nicht* gegen Null für $n \to \infty$.

(b) Warum widerspricht diese Beobachtung nicht dem *Gesetz der großen Zahlen*?

(c) Prüfen Sie noch einmal alle Argumente. Müssen wir voraussetzen, dass auch die Familie aller Zufallsgrößen $\{X_i, Y_j\}_{i,j}$ unabhängig ist? Ist insbesondere die Wahl $Y_i = 2X_i$ für alle $i$ zulässig?

**Präsenzaufgabe 8.3** (*Satz von Moivre-Laplace*)
Angenommen ein Würfel wird 1200 Mal geworfen. Geben Sie eine Approximation für die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 190, aber maximal 200 Sechsen geworfen werden.