Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe SS 2015

1. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: **Montag, 20. April 2015, 10:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Aufgabe 1.1 (4 Punkte)

Ein Kaufmann beabsichtigt 200.000€ in Aktien, Sparbriefe und Rentenfonds zu investieren. Die jährlichen Ertragsraten betragen 7%, 3% bzw. 4% der Einlagen. Diese möchte er nicht reinvestieren. Aus Sicherheitsgründen will er zwischen 20.000€ und 60.000€ in Sparbriefe und mindestens 40.000€ in Rentenfonds investieren. Das Anlagevolumen für Aktien soll dasjenige für Sparbriefe und Rentenfonds zusammen nicht übersteigen.

a) Mit welchem Portfolio kann er seine jährlichen Einnahmen (bei stabilen Ertragsraten) maximieren? Formulieren Sie dazu ein entsprechendes Optimierungsproblem und überlegen Sie sich grafisch eine Lösung.

b) Bei welchen Ertragsraten wären mehrere Entscheidungen möglich?

Aufgabe 1.2 (6 Punkte)

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $\mathbb{H} \cdot x = d$ mit

$$\mathbb{H} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & 0 & 1 \\ -3 & 6 & -1 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad d = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass

$$(\mathbb{A}, b) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 2/7 & 1 & 0 & 1/7 & 0 & 2 \\ 2 & 7 & 0 & 1 & 0 & 14 \\ -6 & -4 & 0 & 0 & 1 & -17 \\ 1 & 4 & 1 & 1 & 1 & 7 \end{array}\right)$$

einem Repräsentanten aus $\overline{(\mathbb{H}, d)}$ entspricht.

b) Zu welcher Basis B ist

$$(\mathbb{A}', b') = \left(\begin{array}{ccccc|c} -6 & -4 & 0 & 0 & 1 & -17 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 7 & 0 & 1 & 0 & 14 \end{array}\right)$$

ein Tableau?

c) Überführen Sie das Tableau $(\mathbb{A}', b')$ in ein Tableau $(\mathbb{A}'', b'')$ zu einer Basis B' und geben Sie die Basisinverse zu $\mathbb{A}''_{B'}$ an.

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)

Betrachtet wird die Menge $M := \{ax_1 + bx_2 \leq 1,\ x_1, x_2 \geq 0\}$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$. Für welche Werte von a, b besitzt das Problem

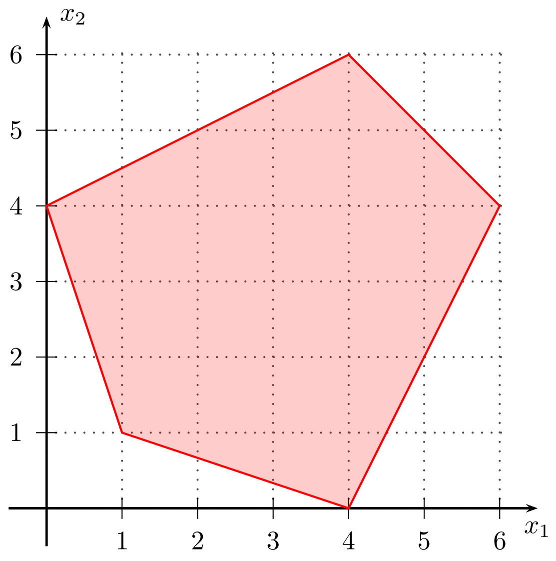
$$\left\{ \begin{array}{c} x_1 + \ \ x_2 \to \text{Max} \\ (x_1, x_2) \in M \end{array} \right\}$$

a) keine zulässige Lösung;
b) mindestens eine Lösung;
c) genau eine Lösung;
d) keine endliche Lösung?

Hinweis: Führen Sie eine Fallunterscheidung für a und b durch. Überlegen Sie dann wie die Menge M aussieht.

Aufgabe 1.4 (2 Punkte)

Geben Sie (möglichst wenige) Linearformen[1] $f_1, \dots, f_m$ auf $\mathbb{R}^2$ und reelle Zahlen $c_1, \dots, c_m$ an, so dass die Menge $P = \bigcap_{i=1}^{m} \{f_i \leq c_i\}$ der folgenden grafischen Darstellung entspricht.



[1]Es sei K ein Körper und V ein K-Vektorraum. Eine Abbildung $f\colon V \to K$ heißt genau dann Linearform, wenn für alle Vektoren $x, y \in V$ und jeden Skalar $\alpha \in K$ gilt:

1. $f(x + y) = f(x) + f(y)$ (Additivität)
2. $f(\alpha x) = \alpha f(x)$ (Homogenität)