

10. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: Montag, 6. Juli 2015, 10:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Aufgabe 10.1 (6 Punkte)

Gegeben seien die Mengen $Q, C \subseteq \mathbb{R}^2$ mit

$$Q = \{x_1 + x_2 \leq 2, x_1, x_2 \geq 0\}, \quad C = \{x_1 - 2x_2 \leq 2, -2x_1 + x_2 \leq 0\}$$

und der Punkt $\bar{x} = (1, 3)^T$.

- Zeigen Sie, dass $Q = \text{conv}\left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$.
- Geben Sie eine Darstellung von C als konvexe Hülle einer Menge an.
- Verifizieren Sie, dass die Kanten von Q beschränkt und die Kanten von C unbeschränkt sind.
- Geben Sie für den Punkt \bar{x} eine Darstellung $\bar{x} = \bar{q} + \bar{c}$ mit $\bar{q} \in Q, \bar{c} \in C$ an.
- Beschreiben Sie das Polyeder $P := \{x = q + c : q \in Q, c \in C\}$ als Schnitt von Halbräumen.

Aufgabe 10.2 (6 Punkte)

Das Polyeder $P \subseteq \mathbb{R}^3$ sei gegeben durch

$$P = \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 \leq 7 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right\}$$

- Welche der Punkte $x^{(1)} = (3, 2, 1)^T, x^{(2)} = (1, 0, 0)^T, x^{(3)} = (5, 0, 2)^T$ sind Ecken von P ?
- Wenn P noch weitere Ecken besitzt, geben Sie diese an.
- Geben Sie zu einer Ecke eine Facette von P an, auf der diese Ecke liegt.
- Bestimmen Sie eine Stützhyperebene von P .

Aufgabe 10.3 (4 Punkte)

Seien $P \neq \emptyset$ ein Polyeder, F eine i -Fläche von P und $F' \subseteq F$. Beweisen Sie: F' ist eine j -Fläche von P genau dann, wenn F' eine j -Fläche von F ist.