

### 3. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: Montag, 4. Mai 2015, 10:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

#### Aufgabe 3.1 (6 Punkte)

Invertieren Sie die folgenden Matrizen mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Austauschschrittes.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Stellen Sie anschließend die Inversen  $\mathbb{A}^{-1}$  und  $\mathbb{B}^{-1}$  als Produkt von Matrizen des Typs einer Elementarmatrix dar, d.h. Matrizen der Form

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \star \\ 0 & 1 & \star \\ 0 & 0 & \star \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \star & 0 \\ 0 & \star & 0 \\ 0 & \star & 1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \begin{pmatrix} \star & 0 & 0 \\ \star & 1 & 0 \\ \star & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe 3.2 (6 Punkte)

Betrachtet wird die folgende Matrix

$$\mathbb{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Verifizieren Sie an Hand von Austauschschritten, dass die Matrix  $\mathbb{C}$  eine singuläre Matrix ist.
- b) Überprüfen oder widerlegen Sie die zwei nachstehenden Hypothesen für die Matrix  $\mathbb{C}$ :
  - i) Sei  $\mathbb{M} \in \text{Mat}(n, n)$  eine singulär Matrix, dann werden bei dem in der Vorlesung betrachteten Algorithmus zur der Berechnung der Inversen einer Matrix mindestens  $r = \text{Rg}(\mathbb{M})$  Austauschschritte vorgenommen bevor der Algorithmus stoppt.
  - ii) Die maximal erforderliche Anzahl von Austauschschritten bei der Überprüfung der Regularität einer Matrix  $\mathbb{M} \in \text{Mat}(n, n)$  ist  $n$ .

Belegen Sie Ihre Aussagen durch Berechnungen von Austauschschritten an der Matrix  $\mathbb{C}$ .