5. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: **Freitag, 22. Mai 2015, 10:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Aufgabe 5.1 (8 Punkte)

Ermitteln Sie zu den folgenden linearen Gleichungssystemen sämtliche Basislösungen. Welche Basislösungen sind entartet?

a) $$\begin{aligned} x_1 + 2x_4 + 2x_5 &= 2 \\ x_2 + 2x_4 - x_5 &= 0 \\ x_3 - x_4 + 3x_5 &= 4 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} y_1 - y_2 + y_3 &= 0 \\ y_1 + y_4 &= 1 \\ y_1 + y_2 + y_5 &= 2 \end{aligned}$$

Stellen Sie die Basislösungen der Systeme a) und b) jeweils in einem entsprechenden Koordinatensystemen der Nichtbasisvariablen graphisch dar.

Aufgabe 5.2 (4 Punkte)

Für $\lambda \in \mathbb{R}$ sei die folgende lineare Optimierungsaufgabe gegeben.

$$z_\lambda(x_1, x_2) := x_1 + \lambda x_2 \ \to\ \min$$
$$\left.\begin{aligned} 4x_1 - x_2 &= 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}\right\} := M$$

a) Sei $\lambda = 1$. Skizzieren Sie den zulässigen Bereich M und geben Sie die Optimallösungen an.

b) Sei $\lambda = -1$. Geben Sie die Optimallösungen an.

c) Für welche Werte von λ ist die Aufgabe lösbar? Bestimmen Sie für diese Werte jeweils die Optimallösungen $(x_1^\lambda, x_2^\lambda) \in M$ grafisch.

d) Skizzieren Sie die Optimalwertfunktion $Z(\lambda) := \min\{z_\lambda(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \in M\}$

Aufgabe 5.3 (4 Punkte)

Schreiben Sie die folgenden Mengen jeweils als eine Menge der Form $\bigcap_{i=1}^{n} \{f_i \leq c_i\}$, wobei $f_1, \dots, f_n \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ Linearformen und $c_1, \dots, c_n$ reelle Zahlen sind:

a) $\left\{ x \in \mathbb{R}^3 : \max_{i \in \{1,2,3\}} |x_i| \leq 1 \right\}$

b) $\left\{ x \in \mathbb{R}^3 : \sum_{i=1}^{3} |x_i| \leq 1 \right\}$.

Aufgabe 5.4 (4 Punkte)

Betrachtet wird die folgende Optimierungsaufgabe

$$c_1x_1 + c_2x_2 - 9 \ \rightarrow \ \max$$
$$\left.\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + x_3 &= d_1 \\ -x_1 - \ \ x_2 + x_4 &= d_2 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_5 &= d_3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0 \end{aligned}\right\} := M$$

mit $c_j \in \mathbb{R}$, $j \in \{1, 2\}$ und $d_i \in \mathbb{R}$, $i \in \{1, 2, 3\}$. Ist es möglich Werte für d_i und c_j so anzugeben, dass

a) die Optimierungsaufgabe lösbar ist;

b) $M = \emptyset$;

c) M unbeschränkt ist?

Begründen Sie ihre Antworten, indem Sie entsprechende Werte angeben.