

8. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: Montag, 22. Juni 2015, 10:00 Uhr

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Aufgabe 8.1 (6 Punkte)

Gegeben sei die folgende Optimierungsaufgabe

$$M := \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \\ 3x_1 + 4x_2 \leq \lambda \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist der Simplex-Algorithmus anwendbar? Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe des Simplex-Algorithmus für die entsprechenden λ 's. Machen Sie zu diesem Zweck weitere Fallunterscheidungen für λ .
- Skizzieren Sie den zulässigen Bereich für die verschiedenen Fälle für λ aus a). Falls es eine Optimallösung gibt, zeichnen Sie diese ebenfalls in die Skizze ein.

Aufgabe 8.2 (6 Punkte)

Betrachten Sie das sogenannte *Klee-Minty-Beispiel*

$$M := \begin{cases} \sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^{i-1} 2^{i-j+1} x_j + x_i \leq 5^i, \quad i = 1, \dots, n, \\ x_1, \dots, x_n \geq 0. \end{cases}$$

- Zeigen Sie, dass der zulässige Bereich M 2^n zulässige Basislösungen hat.
- Lösen Sie das Optimierungsproblem für $n = 3$.

Der Klee-Minty-Würfel M ist ein Beispiel dafür, dass der Simplex-Algorithmus im schlimmsten Fall exponentiell viele Schritte benötigen kann, um eine Optimallösung zu finden. D.h. der Simplex-Algorithmus nimmt einen Weg, so dass alle Ecken des Würfels durchlaufen werden, während die Zielfunktion $-\sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i$ monoton fällt.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Untersuchen Sie mit Hilfe des Simplex-Algorithmus, ob es eine nichttriviale Lösung des folgenden Ungleichungssystem gibt:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &\leq 0 \\2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &\leq 0 \\2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 0 \\x_1, \dots, x_4 &\geq 0\end{aligned}$$

und benutzen Sie dabei

- a) die Pivotwahlregel (1') und b) die Pivotwahlregel (1*).