Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Barbara Gentz
Diana Kämpfe
SS 2015

9. Aufgabenblatt zu Operations Research

Abgabe: **Montag, 29. Juni 2015, 10:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe im Raum V3-128: Soliman Keshta PF 126, Diana Kämpfe PF 84. Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Aufgabe 9.1 (4 Punkte)

Beweisen Sie das Lemma (3.2): Sei R Teilmenge des $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie:

a) $\operatorname{aff} R$ ist ein affiner Unterraum von $\mathbb{R}^n$.

b) Sei V ein affiner Unterraum mit $R \subseteq V$, so folgt: $\operatorname{aff} R \subseteq V$.

c) $\operatorname{conv} R$ ist eine konvexe Teilmenge des $\mathbb{R}^n$.

d) Für jede konvexe Menge $Q \subseteq \mathbb{R}^n$ mit $R \subseteq Q$ gilt: $\operatorname{conv} R \subseteq Q$.

e) Die Schnittmenge beliebig vieler konvexer Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ ist konvex.

f) Jeder Halbraum des $\mathbb{R}^n$ ist konvex.

Aufgabe 9.2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie alle konvexen Teilmengen von $\mathbb{R}$ (mit Beweis).

Aufgabe 9.3 (4 Punkte)

Wie viele i-Flächen kann ein Polyeder

a) $P = \{x \in \mathbb{R}^n : \mathbb{A}x \leq b\}$

b) $P = \{x \in \mathbb{R}^n : \mathbb{A}x \leq b,\ x \geq 0\}$

mit $\mathbb{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ höchstens besitzen? Geben Sie eine scharfe obere Schranke als Funktion von n und m an.

Aufgabe 9.4 (4 Punkte)

Gegeben sei die Menge

$$T = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1,\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0\}.$$

Zeigen Sie, dass T konvex ist, und geben Sie alle Ecken, Kanten und Facetten von T an.
Falls es weitere i-Fläche gibt, geben Sie diese ebenso an.