DARSTELLUNGSTHEORIE VON ALGEBREN III
9. ÜBUNGSBLATT

HENNING KRAUSE, PHILIPP LAMPE

Sei L/K eine Körpererweiterung vom Grad 2. Wie auf Blatt 6 betrachten wir die Kategorie $\mathcal{A} = \operatorname{mod} R$ der endlich erzeugten Moduln über der K-Algebra

$$R = \begin{pmatrix} K & K & L \\ 0 & K & L \\ 0 & 0 & L \end{pmatrix}.$$

Auf Blatt 6 haben wir die zugehörige Weylgruppe als Symmetriegruppe eines regelmäßigen Oktaeders beschrieben. Die Gruppe W ist eine Coxetergruppe mit Coxetersystem $S = \{s_{[S_1]}, s_{[S_2]}, s_{[S_3]}\}$.

Aufgabe 1. Bestimmen Sie alle exzeptionellen Folgen (X, Y) der Länge 2 in $\operatorname{mod} R$ mit Werten in $\{S_1, S_2, S_3, P_1, P_2, P_3\}$. Für welche Anordnung (i_1, i_2, i_3) der Indizes $1, 2, 3$ ist $E = (S_{i_1}, S_{i_2}, S_{i_3})$ eine exzeptionelle Folge?

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Mutationen $(L_X(Y), X)$ und $(Y, R_Y(X))$ für alle exzeptionellen Paare (X, Y) aus der vorherigen Aufgabe.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Menge der Spiegelungen $T \subseteq W$. Sei $c = s_E \in W$ das zur exzeptionellen Folge E gehörige Coxeterelement. Verifizieren Sie, dass $T \subseteq \mathrm{NC}(W, c)$ gilt. Ist R darstellungsendlich?

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Menge $\mathrm{NC}(W, c)$ der nicht kreuzenden Partitionen. Skizzieren Sie ferner das Hassediagramm der partiell geordneten Menge $(\mathrm{NC}(W, c), \geq)$.

Abgabe bis Dienstag, 22. Dezember 2015, 14:15.