

LINEARE ALGEBRA I

5. PRÄSENZÜBUNGSBLATT

PROF. DR. HENNING KRAUSE
DR. JULIA SAUTER

Aufgabe 1. Berechnen Sie in den komplexen Zahlen:

- (1) $(3 + 7i) - (1 - i)$
- (2) $i(3 - 7i)$
- (3) $(1 + 2i)(-3 - 6i)$
- (4) $(-1 + i)(3 + 2i)$
- (5) $(7 - 2i)^{-1}$
- (6) $\frac{1+2i}{4+2i}$
- (7) Finden Sie alle komplexen Zahlen x mit $x^2 = i$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die folgende Teilmenge der komplexen Zahlen

$$S^1 = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ mit } a^2 + b^2 = 1\}$$

mit der Multiplikation von komplexen Zahlen eine Untergruppe von $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ ist.

Aufgabe 3.

- (1) Es seien a, b reelle Zahlen. Zeigen Sie, dass für jede komplexe Zahl x gilt:

$$(x - (a + ib))(x - (a - ib)) = x^2 - 2ax + (a^2 + b^2)$$

Folgern Sie, dass $a + ib$ und $a - ib$ die einzigen komplexen Zahlen x sind, die die Gleichung

$$x^2 - 2ax + (a^2 + b^2) = 0$$

erfüllen.

- (2) Finden Sie alle komplexen Zahlen x , die die Gleichung

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

erfüllen.

Aufgabe 4. Welche $x \in \mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$ lösen folgende Gleichungen?

- (1) $\bar{2}x - \bar{5} = \bar{8}$
- (2) $\bar{8} + \bar{5}x = \bar{1}$
- (3) $x^2 = \bar{3}$
- (4) $x^2 = \bar{7}$