E. Lau

Lineare Algebra 1, Übungsblatt 1

Abgabe Freitag 19.10.2018 bis 12 Uhr im Postfach des Tutors in V3-216

Die Abgabe ist in Zweiergruppen möglich.

Aufgabe 1. Es sei M eine Menge. Für eine Teilmenge $A \subseteq M$ ist ihr Komplement als $A^c = M \setminus A$ definiert. Zeigen Sie, dass für Teilmengen $A, B \subseteq M$ gilt:

1. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
2. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
3. $(A^c)^c = A$

Aufgabe 2. Es sei $f : A \to B$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass für Teilmengen $X \subseteq A$ und $Y \subseteq B$ die Gleichung

$$f(X \cap f^{-1}(Y)) = f(X) \cap Y$$

gilt.

Aufgabe 3. Es seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Zeigen Sie:

1. Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist f injektiv.
2. Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist g surjektiv.

Aufgabe 4. Für eine natürliche Zahl n betrachten wir die symmetrische Gruppe S_n, das ist die Menge der bijektiven Abbildungen $f : \{1, 2, \dots, n\} \to \{1, 2, \dots, n\}$ mit der Komposition von Abbildungen als Verknüpfung. Ein Element $\sigma \in S_n$ wird als

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}$$

dargestellt. In S_5 seien die Elemente

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie $\sigma \circ \tau$, $\tau \circ \sigma$, σ^{-1}, τ^{-1}.