

Lineare Algebra 1, Übungsblatt 2

Abgabe Freitag 26.10.2018 bis 12 Uhr im Postfach des Tutors in V3-216

Die Abgabe ist in Zweiergruppen möglich.

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems über \mathbb{Q} in den Unbestimmten x, y, z, w .

$$\begin{array}{rcccccc} & & -y & - & 2z & + & w & = & 1 \\ x & + & y & + & 5z & - & w & = & 1 \\ 2x & + & 3y & + & 12z & - & w & = & 5 \\ -2x & & & - & 6z & + & 3w & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe 2. Es sei K ein Körper. Zeigen Sie, dass für $a, b \in K$ die folgenden Rechenregeln gelten.

1. $-(-a) = a$; $(-a)(-b) = ab$; $(-a)^{-1} = -(a^{-1})$ wenn $a \neq 0$;
2. es gilt genau dann $ab = 0$, wenn $a = 0$ oder $b = 0$.

Aufgabe 3. Rechnen mit komplexen Zahlen.

1. Es sei $\zeta = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. Berechnen Sie ζ^n für alle $n \in \mathbb{Z}$.

Hinweis: Fangen Sie mit $n = 1, 2, 3, \dots$ an.

2. Zeigen Sie, dass die Menge $\{\pm 1, \pm i\}$ bezüglich der Multiplikation komplexer Zahlen eine Gruppe bildet.

Aufgabe 4. Es sei $f : A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass genau dann eine Abbildung $g : B \rightarrow A$ existiert so dass $f \circ g = \text{id}_B$ und $g \circ f = \text{id}_A$, wenn f bijektiv ist. Zeigen Sie, dass die Abbildung g gegebenenfalls eindeutig bestimmt ist.

Aussagen aus der Vorlesung und aus früheren Übungen dürfen verwendet werden.