E. Lau

Lineare Algebra 1, Übungsblatt 4

Abgabe Freitag 9.11.2018 bis 12 Uhr im Postfach des Tutors in V3-216

Die Abgabe ist in Zweiergruppen möglich.

Aufgabe 1. Bestimmen Sie eine Basis des $\mathbb{Q}$-Vektorraums

$$V = \{x \in \mathbb{Q}^4 \mid \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} x = 0\}.$$

Aufgabe 2. Welche Dimension hat der folgende Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$?

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Aufgabe 3. Es seien V ein K-Vektorraum und $v_1, \ldots, v_n \in V \setminus \{0\}$ gegeben. Zeigen Sie, dass $v_1, \ldots, v_n$ genau dann linear unabhängig sind, wenn für alle natürlichen Zahlen i mit $0 < i < n$ gilt:

$$\langle v_1, \ldots, v_i \rangle \cap \langle v_{i+1}, \ldots, v_n \rangle = \{0\}$$

Aufgabe 4. Es sei $V = \mathrm{Abb}(\mathbb{Z}, \mathbb{R})$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller Abbildungen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$. Welche der folgenden Teilmengen von V sind Untervektorräume?

$$U_1 = \{f \in V \mid f(1) = f(5)\}$$
$$U_2 = \{f \in V \mid f(2) = f(1)^2\}$$
$$U_3 = \{f \in V \mid f(-n) = -f(n) \text{ für alle } n \in \mathbb{Z}\}$$
$$U_4 = \{f \in V \mid \text{die Menge } \{n \in \mathbb{Z} \mid f(n) \neq 0\} \text{ ist endlich}\}$$