

Lineare Algebra 1, Präsenzübungsblatt 2

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme über \mathbb{Q} .

$$(1) \quad \begin{aligned} 3x + 5y &= 2 \\ 4x + 7y &= 1 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 6 & 8 & 3 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 2 \end{array} \right)$$

Aufgabe 2. Rechnen mit komplexen Zahlen.

1. Es seien $z = 1 + 2i$ und $w = 3 + 4i$ in \mathbb{C} . Berechnen Sie $z + w$, zw , z^{-1} , $|w|$.
2. Zeigen Sie, dass für beliebige komplexe Zahlen z, w gilt:

$$\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}, \quad |z \cdot w| = |z| \cdot |w|$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass in jedem Körper K für $a, b \in K$ die Rechenregel

$$-(ab) = (-a)b = a(-b)$$

gilt.

Aufgabe 4*. Gibt es bijektive Abbildungen

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z},$$

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N},$$

$$\mathbb{N} \rightarrow \{\text{Primzahlen}\}?$$