E. Lau

Lineare Algebra 1, Präsenzübungsblatt 3

Aufgabe 1. Welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$ sind $\mathbb{R}$-Untervektorräume?

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + 3y = 0\}$$
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + 3y \geq 0\}$$
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 = 0\}$$
$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 0\}$$

Aufgabe 2. Es sei V ein K-Vektorraum. Zeigen Sie, dass für K-Untervektorräume U und W von V die Schnittmenge $U \cap W$ auch ein K-Untervektorraum von V ist.

Aufgabe 3. Wir betrachten im $\mathbb{Q}$-Vektorraum $\mathbb{Q}^2$ die Vektoren

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \qquad y = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \qquad z = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Welche Teilmengen der Menge $\{x, y, z\}$ bilden

a) ein linear unabhängiges System von Vektoren?

b) ein Erzeugendensystem von $\mathbb{Q}^2$?

c) eine Basis von $\mathbb{Q}^2$?