E. Lau

Lineare Algebra 1, Präsenzübungsblatt 5

Aufgabe 1. Es sei $f : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen K-Vektorräumen. Zeigen Sie:

1. Für jeden Untervektorraum $U \subseteq V$ ist das Bild $f(U)$ ein Untervektorraum von W.

2. Für jeden Untervektorraum $U \subseteq W$ ist das Urbild $f^{-1}(U)$ ein Untervektorraum von V.

Aufgabe 2. Es seien $U, V \subseteq \mathbb{R}^7$ Untervektorräume der Dimensionen $\dim(U) = 5$ und $\dim(V) = 4$. Welche Dimension kann der Schnitt $U \cap V$ haben? Zeigen Sie auch, dass jeder der möglichen Werte tatsächlich vorkommt.

Aufgabe 3. Finden Sie einen $\mathbb{Q}$-Vektorraum V und eine unendliche Teilmenge $M \subseteq V$ so dass je zwei verschiedene Elemente $x, y \in M$ stets linear unabhängig sind und drei Elemente $x, y, z \in M$ stets linear abhängig sind.