E. Lau

Lineare Algebra 1, Präsenzübungsblatt 7

Aufgabe 1.

1. Berechnen Sie AB und BA für $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Bestimmen Sie $\{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ für $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Es sei $A \in M_n(K)$ eine Matrix mit $AB = BA$ für alle $B \in M_n(K)$. Zeigen Sie, dass $A = aE_n$ für ein $a \in K$.

Aufgabe 2. Für $a, n \in \mathbb{Z}$ bezeichne $[a]_n \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ die Äquivalenzklasse von a, also $[a]_n = a + n\mathbb{Z}$.

1. Gibt es eine Abbildung $f : \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ mit $[a]_3 \mapsto [a]_2$ für alle $a \in \mathbb{Z}$?

2. Gibt es eine Abbildung $f : \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ mit $[a]_6 \mapsto [a]_2$ für alle $a \in \mathbb{Z}$?

3. Unter welchen Bedingungen an die ganzen Zahlen n, m gibt es eine Abbildung $f : \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ mit $[a]_n \mapsto [a]_m$ für alle $a \in \mathbb{Z}$?

Aufgabe 3. Es sei $f : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen K-Vektorräumen. Zeigen Sie, dass durch $f^*(h) = h \circ f$ für $h \in W^*$ eine lineare Abbildung $f^* : W^* \to V^*$ definiert wird. f^* heißt die duale Abbildung von f.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Multiplikation von Matrizen assoziativ ist.