E. Lau

Lineare Algebra 1, Präsenzübungsblatt 9

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Menge $\{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax = b\}$ für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in der Form $y + W$ für ein $y \in \mathbb{R}^4$ und einen Untervektorraum W von $\mathbb{R}^4$, der durch die Angabe einer Basis beschrieben werden soll.

Aufgabe 2. Es sei $f : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen K-Vektorräumen. Zeigen Sie, dass für einen affinen Unterraum $A \subseteq W$ das Urbild $f^{-1}(A)$ ein affiner Unterraum von V ist.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie für die Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ eine Basis des Bildes der linearen Abbildung $f_B : \mathbb{Q}^3 \to \mathbb{Q}^4$, indem Sie die transponierte Matrix B^t durch Zeilenoperationen auf Zeilenstufenform bringen[1]. Erklären Sie, warum das zielführend ist.

[1] oder äquivalent, indem Sie B durch Spaltenoperationen auf Spaltenstufenform bringen. Spaltenstufenform ist das Transponierte von Zeilenstufenform.