Spieß

2. Übung zur Vorlesung Algebra 1

Sommersemester 2007 Abgabe: Do, 3.5.10

Aufgabe 1. Sei K ein Körper und $M_n(K)$ der Ring der $n \times n$-Matrizen mit Einträgen in K. Zeigen Sie, dass $M_n(K)$ nur die trivialen Ideale $\{0\}$ und $M_n(K)$ besitzt.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass jede endliche Untergruppe von $\mathbb{C}^*$ zyklisch ist.

Aufgabe 3. Sei G eine endliche abelsche Gruppe und p eine Primzahl, die die Gruppenordnung von G teilt. Zeigen Sie, dass ein Element $g \in G$ existiert mit $\mathrm{ord}(g) = p$.

(Hinweis: Wählen Sie $g \in G, g \neq e$. Falls p die Ordnung von g nicht teilt betrachte man die Faktorgruppe $G/ < g >$).

Aufgabe 4. Sei $\mathcal{R}$ der Ring der Cauchyfolgen in $\mathbb{Q}$ und $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{R}$ die Teilmenge der Nullfolgen. Zeigen Sie, dass $\mathcal{N}$ ein Ideal von $\mathcal{R}$ ist und dass der Faktorring $\mathcal{R}/\mathcal{N}$ ein Körper ist.