Spieß

1. Übung zur Vorlesung Algebra 2

Wintersemester 2007/08 Abgabe: Di, 30.10.07

Aufgabe 1. Sei p eine Primzahl und G eine Gruppe der Ordnung p^2. Zeigen Sie, dass G abelsch ist.

Aufgabe 2. Sei p und q Primzahlen mit $p < q$. Folgern Sie aus den Sylow Sätzen, dass im Fall $q \not\equiv 1 \mod p$ jede Gruppe der Ordnung pq zyklisch ist.

Aufgabe 3. Für eine Gruppe G bezeichne $D(G) = [G, G] :=< \{[a, b] \mid a, b \in G\} >$ die Kommutatorgruppe von G. Wir definieren rekursiv $D^n(G) = D(D^{n-1}(G))$ für $n \geq 2$. Zeigen Sie, dass eine endliche Gruppe G genau dann auflösbar ist, wenn es eine positive ganze Zahl n gibt mit $D^n(G) = \{e\}$.

Aufgabe 4. (a) Bestimmen Sie die Kommutatorgruppe von $\mathfrak{A}_4$.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathfrak{S}_4$ auflösbar ist.