

Übungen zu Mathematik 1 für NWI

Wintersemester 2006/07

Universität Bielefeld
Frøyshov/Spieß

Blatt 1
Abgabe: Di, 31.10.06

Aufgabe 1. Für welche reellen Zahlen a ist die Abbildung

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + ax + 1$$

injektiv? Man bestimme das Bild von f für jedes a .

Aufgabe 2. Sei a_0, a_1, a_2, \dots eine Zahlenfolge. (Zahlenfolgen können auch mit einem anderen Term als a_1 anfangen.) Man beweise durch Induktion auf n , dass

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k-1}) = a_n - a_0$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. (Man benutze die rekursive Definition von $\sum_{k=1}^n \cdot$.)

Aufgabe 3. Entscheiden Sie mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme lösbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls die Lösungsmenge.

(a)

$$\begin{array}{rclcl} -x & + & 2y & + & z & = & -2 \\ 3x & - & 8y & - & 2z & = & 4 \\ x & & & + & 4z & = & -2 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rclclcl} x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & 3x_4 & = & 7 \\ 4x_1 & & & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 9 \\ 2x_1 & - & 5x_2 & + & x_3 & & & = & -2 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = & -2 \end{array}$$

Aufgabe 4. Bestimmen Sie, für welche reellen Zahlen t das folgende lineare Gleichungssystem in den Unbestimmten x, y, z lösbar ist und geben Sie gegebenenfalls die Lösungsmenge an.

$$\begin{array}{rclcl} 2x & + & 4y & + & 2z & = & 12t \\ 2x & + & 12y & + & 7z & = & 12t + 7 \\ x & + & 10y & + & 6z & = & 7t + 8 \end{array}$$