Übungen zu Mathematik 1 für NWI

Wintersemester 2006/07

Universität Bielefeld
Frøyshov/Spieß

Blatt 3
Abgabe: Di, 14.11.06

Aufgabe 1.

(i) Für $n \in \mathbb{N}$ sei

$$a_n = \frac{(1-n)^2}{2n^2+3}.$$

Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) konvergiert. Finden Sie dann eine Konstante $K > 0$, so dass $|a_n - a| \leq K/n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, wobei $a = \lim a_n$.

(ii) Machen Sie dasgleiche für die Folge (b_n) mit

$$b_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}.$$

Hinweis: $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$.

Aufgabe 2. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiere gegen a. Definiere

$$b_n := \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \cdots + a_n).$$

Zeigen Sie, dass $b_n \to a$ für $n \to \infty$.

Aufgabe 3. Schreiben Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie ihre Inverse als Produkt von Elementarmatrizen.

Aufgabe 4. Sei $A\colon = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & -0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ und $B\colon = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -4 \\ -10 & 8 & -10 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. Lösen Sie die Matrizengleichung $A \cdot X = B$, $X \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$.