

# Übungen zu Mathematik 2 für NWI

Sommersemester 2007

Universität Bielefeld  
Frøyshov/Spieß

Blatt 1  
Abgabe: Fr, 20.04.07

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = x + \sin x - 1$$

genau eine Nullstelle  $t$  im Intervall  $[0, \pi]$  besitzt. Berechnen Sie  $t$  mithilfe des Intervallhalbierungs-Verfahrens mit einem Fehler von  $< \frac{1}{10}$ .

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie die Nullstelle  $t$  in Aufgabe 1 mithilfe des Newtonschen Verfahrens mit einem Fehler von  $< 10^{-7}$ .

**Aufgabe 3.** Für  $n \in \mathbb{N}$  bezeichne  $\mathbb{R}[x]_{\leq n}$  den Vektorraum aller Polynome vom Grad  $\leq n$  über  $\mathbb{R}$  und sei

$$\Phi : \mathbb{R}[x]_{\leq n} \rightarrow \mathbb{R}[x], f(x) \mapsto \int_0^x f(t) dt$$

(a) Zeigen Sie, dass  $\Phi$  eine lineare Abbildung ist.

(b) Bestimmen Sie den Kern, dessen Dimension, das Bild und den Rang von  $\Phi$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $V$  der von den Funktionen  $f_1(x) := \sin(x)$  und  $f_2(x) := \cos(x)$  erzeugte Unterraum des  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  aller Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , d.h.  $V$  ist die lineare Hülle von  $(f_1, f_2)$ . Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix der linearen Abbildung

$$\Psi : V \rightarrow V, f \mapsto f'$$

bzgl. der Basis  $\underline{v} = (f_1, f_2)$ , d.h. berechnen Sie  $M_{\underline{v}}^{\underline{v}}(\Psi)$ .