

Übungen zu Mathematik 2 für NWI

Sommersemester 2007

Universität Bielefeld
Frøyshov/Spieß

Blatt 4
Abgabe: Fr, 11.5.07

Aufgabe 1. Berechnen Sie

$$\int \frac{2x - 1}{x^2 - 4x + 13} dx, \quad \int \sqrt{1 + x^2} dx.$$

Hinweis: Beim zweiten Integral kann man z.B. die Substitution $x = \sinh t$ verwenden.

Aufgabe 2. (i) Berechnen Sie

$$\int_1^2 x^7 (\log x)^2 dx.$$

(ii) Gewinnen Sie eine Rekursionsformel für das unbestimmte Integral

$$\int x^n e^{x^2} dx,$$

wobei $n \in \mathbb{N}$. Benutzen Sie diese, um $\int x^5 e^{x^2} dx$ zu berechnen.

Aufgabe 3. (a) Sei K ein Körper, V ein n -dimensionaler K -Vektorraum und $f : V \rightarrow V$ ein Endomorphismus mit $f \circ f = 0$ (d.h. es gilt $f(f(v)) = 0$ für alle $v \in V$). Zeigen Sie:

$$\text{Rang}(f) \leq \frac{n}{2}.$$

(b) Seien r, n natürliche Zahlen mit $2r \leq n$. Konstruieren Sie einen Endomorphismus $f : K^n \rightarrow K^n$ mit $f \circ f = 0$ und $\text{Rang}(f) = r$.

Aufgabe 4. Sei K ein Körper, V ein 4-dimensionaler K -Vektorraum mit Basis (v_1, v_2, v_3, v_4) und sei $f : V \rightarrow V$ der (eindeutig bestimmte) Endomorphismus mit

$$f(v_1) = v_2, \quad f(v_2) = v_4, \quad f(v_3) = v_1, \quad f(v_4) = v_3$$

Berechnen Sie $\det(f)$.