Michael Baake
Claudia Alfes-Neumann
Fakultät für Mathematik,
Universität Bielefeld

Bielefeld, 16.05.2022

# Funktionentheorie II

## Sommersemester 2022

## Übungsblatt 7

**(25)** Beweisen Sie den Spiegelungssatz für harmonische Funktionen.

**(3 Punkte)**

**(26)** $U \subseteq \mathbb{C}$ sei offen, und $L$ sei eine Gerade mit $U \cap L \neq \varnothing$. Die Funktion $f : U \to \mathbb{C}$ sei stetig, und auf $U \backslash L$ holomorph.

Zeigen Sie, dass $f$ dann auf ganz $U$ holomorph ist.

*Hinweis:* Setzen Sie den Satz von Morera ein.

**(2 Punkte)**

**(27)** Beweisen Sie die Aussage, dass die analytische Fortsetzung des Logarithmus entlang $\partial B_1(0)$ nahe 1 einen additiven Term der Form $2\pi i n$ erzeugt, wobei $n \in \mathbb{Z}$ die Zahl der Umläufe bezeichnet.

Wie sieht dies für die Fortsetzung entlang $\partial B_r(0)$ für $r > 0$ aus?

**(2 Punkte)**

**(28)** Sei $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$. Zeigen Sie:

(a) Die Potenzreihe definiert eine holomorphe Funktion auf der offenen Einheitskreisscheibe, $D$.

(b) Die Funktion $f$ besitzt keine analytische Fortsetzung über $D$ hinaus.

*Hinweis:* Erinnern Sie sich an die Behandlung von $f$ im vorigen Semester.

**(2 Punkte)**

Abgabe bis Freitag, 20.05.2022, 12 Uhr!