Michael Baake
Claudia Alfes-Neumann
Fakultät für Mathematik,
Universität Bielefeld

Bielefeld, 23.05.2022

Funktionentheorie II

Sommersemester 2022

Übungsblatt 8

(29) Zeigen Sie: Zu jedem einfach zusammenhängenden Gebiet $G \subseteq \mathbb{C}$ gibt es eine auf G holomorphe Funktion, die über G hinaus nirgends analytisch fortgesetzt werden kann.

Skizzieren Sie ein Argument, wie man das entsprechende Resultat zeigen kann, wenn G lediglich zusammenhängend ist.

(4 Punkte)

(30) Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet, und sei $u : G \to \mathbb{R}$ auf ganz G harmonisch. Sei $D_r \subset G$ eine Kreisscheibe (mit Radius $r > 0$), und sei f eine auf D_r holomorphe Funktion mit $u = \mathrm{Re}(f)$. Zeigen Sie, dass f entlang eines beliebigen Weges in G analytisch fortgesetzt werden kann.

(2 Punkte)

(31) Die Kreise C_1 und C_2 seien so zueinander angeordnet, dass sie sich in den Punkten z_1 und z_2 senkrecht schneiden. O.B.d.A. sei 0 das Zentrum von C_2, und C_2 enthalte **nicht** das Zentrum von C_1.

Führen Sie die Details aus für die Spiegelung von C_2 und der zugehörigen Kreisscheibe an C_1, und ebenso für die Inversion.

(2 Punkte)

(32) Sei Φ die Menge der analytischen Isomorphismen von D nach H.

Zeigen Sie: Φ enthält ein Element, dessen stetige Fortsetzung auf $\bar{D}$ 3 äquidistante Punkte von ∂D auf die Punkte $\{0, 1, \infty\} \subset \hat{\mathbb{C}}$ abbildet.

(3 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 27.05.2022, 12 Uhr!