
Funktionentheorie II

Sommersemester 2022

Übungsblatt 11

(44) Sei P ein Polynom, $P \in \mathbb{C}[z]$. Zeigen Sie, dass

$$\int_0^1 \log |P(e^{2\pi it})| dt$$

existiert.

(2 Punkte)

(45) Die Funktion f sei auf G holomorph und nullstellenfrei. Zeigen Sie, dass dann $\log |f|$ auf G harmonisch ist.

(2 Punkte)

(46) Beweisen Sie die Formel von Gauß:

$$\frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)} = \int_0^\infty \left(\frac{e^{-t}}{t} - \frac{e^{-zt}}{1 - e^{-t}} \right) dt$$

für $\operatorname{Re}(z) > 0$.

(3 Punkte)

Hinweis: $\log(z) = \int_0^\infty (e^{-t} - e^{-zt}) \frac{dt}{t}$ für $\operatorname{Re}(z) > 0$, und $\int_0^\infty e^{-(z+n)t} dt = \frac{1}{z+n}$.

(47) Führen Sie die Beweis-Skizze für die Gleichheit der Darstellungen von $\Gamma(z)$ aus (Euler-Integral versus Weierstraß-Produkt).

(3 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 17.06.2022, 12 Uhr!